

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS PARA ESTIMATIVA DA ESPESSURA DA CAMADA EQUIVALENTE DE HOOGHOUTT

J.A. Louzada¹ e F. Helfer²

RESUMO: Os problemas de drenagem subsuperficial são geralmente resolvidos através de equações baseadas nas hipóteses de Dupuit, as quais exigem correção devido à ocorrência de fluxo radial. Esta correção é feita de forma indireta, através do conceito de espessura da camada equivalente. Este trabalho teve como objetivo a apresentação de alguns métodos para estimar este parâmetro, e a comparação de resultados obtidos para diferentes realidades práticas. Selecionaram-se os seguintes métodos: tabelas de Hooghoudt, combinação das equações de Hooghoudt & Ernst, equação de Moody e equações de van der Molen & Wesseling. Os valores obtidos mostraram que os métodos apresentam resultados muito próximos. As maiores diferenças absoluta e relativa são da ordem de 13 cm e 5%, respectivamente. Considerando-se o desuso de tabelas, e a facilidade do uso dos demais métodos via programação, recomenda-se a utilização das equações de van der Molen & Wesseling por sua concepção teórica mais apurada. Ressalta-se, entretanto, que dentro do intervalo de variação dos parâmetros utilizados neste estudo, os resultados destas equações não foram, do ponto de vista prático, melhores do que os resultados dos demais métodos.

PALAVRAS - CHAVE: drenagem, Dupuit, Hooghoudt.

A comparison of methods to estimate the thickness of the equivalent layer in Hooghoudt's drain spacing formula

SUMMARY: Subsurface drainage problems are usually solved by equations based on Dupuit hypothesis. Due to the occurrence of radial flow, these equations require a correction, which is performed indirectly, using the concept of equivalent-layer thickness. The purpose of this study was to present several methods to estimate this parameter, and compare some results obtained for different field realities. The methods chosen were: Hooghoudt tables, combination of Hooghoudt & Ernst equations (surface and deep aquifers), Moody equation and van der Molen & Wesseling equations. The estimated results were nearly close. The greatest absolute and relative differences were 13 cm and 5%, respectively. Since the use of tables is becoming obsolete and equations are easily programmed, it is recommended that van der Molen & Wesseling equations are used, mainly because of their better theoretical concept. However, it is important to mention that, within the variation range of the parameters used in the examples and from a practical viewpoint, the results of these equations are not better than those from the other methods.

KEYWORDS: drainage, Dupuit, Hooghoudt.

¹ Professor, Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Av. Bento Gonçalves, 9500, Caixa Postal 15.029, CEP 91501-970, Porto Alegre, RS. Fone (51) 3308 6672. E-mail: louzada@iph.ufrgs.br.

² Estudante de Doutorado, Griffith University, Brisbane, QLD, Australia.

INTRODUÇÃO

A obtenção de respostas aos problemas de drenagem subsuperficial através de procedimentos matemáticos passa por equações diferenciais cujas soluções analíticas são restritas à determinadas situações. Isto fez com que diversas simplificações fossem propostas a fim de viabilizar a derivação de soluções para casos frequentemente encontrados na prática. Entre estas simplificações destacam-se, no caso de aquíferos freáticos, as hipóteses de Dupuit (DUPUIT, 1863), que assumem que o escoamento subsuperficial ocorre preponderantemente na direção horizontal. A implantação de drenos subsuperficiais acima da camada impermeável (limite inferior do aquífero) faz com que o fluxo, na verdade, seja nitidamente radial (não horizontal) na sua vizinhança, o que prejudica a utilização de equações baseadas em Dupuit. Uma forma bastante prática de contornar esta dificuldade está na utilização do conceito de espessura da camada equivalente, proposto por Hooghoudt (HOOGHOUDT, 1940), que cria uma situação fictícia onde só ocorre fluxo horizontal, mas teoricamente equivalente à situação real, onde ocorrem fluxos horizontal e radial. Este conceito busca compensar a perda de carga devido ao fluxo radial com a diminuição da transmissividade. A espessura fictícia da região de fluxo abaixo do nível dos drenos é evidentemente menor que a espessura real.

Este trabalho teve como objetivos apresentar os métodos mais utilizados para estimar a espessura da camada equivalente (i.e, Tabelas de Hooghoudt, combinação das equações de Hooghoudt & Ernst para aquíferos superficial e profundo, equações de Moody e equações de van der Molen & Wesseling), e comparar alguns resultados obtidos através de exemplos que contemplem diferentes realidades práticas.

MATERIAL E MÉTODOS

a) Tabelas de Hooghoudt: Após a introdução do conceito de espessura equivalente, Hooghoudt (HOOGHOUDT, 1940) preocupou-se em buscar uma forma para estimar este parâmetro. Tendo como base o método das imagens, derivou-se uma relação entre a espessura da camada equivalente, a espessura da região de fluxo abaixo do nível dos drenos, o espaçamento e o raio dos drenos. Dada a complexidade desta relação, Hooghoudt preparou uma série de tabelas que permitem determinar a espessura da camada equivalente a partir dos raios mais comumente utilizados nos tubos de drenagem.

b) Combinação das equações de Hooghoudt & Ernst (aquíferos superficiais): Hooghoudt & Ernst (RITZEMA, 1994) derivaram equações para condições de regime permanente relacionando a posição do lençol freático com as características físicas do solo e geométricas do sistema de drenagem.

No caso da equação de Hooghoudt (HOOGHOUDT, 1940) o fluxo radial é considerado indiretamente através do conceito de espessura da camada equivalente:

$$L^2 = \frac{8k_2 dh}{s} + \frac{4k_1 h^2}{s} \quad (\text{Eq. 1}), \text{ onde: } L = \text{espaçamento entre os drenos; } k_2 = \text{condutividade}$$

hidráulica da região abaixo do nível dos drenos; d = espessura da camada equivalente; h = posição do lençol freático acima dos drenos no ponto médio; s = recarga por unidade de área superficial; k₁ = condutividade hidráulica da região acima do nível dos drenos. Na equação de Ernst (ERNST, 1962), o fluxo radial é abordado de uma forma explícita:

$$h = s \frac{D_v}{k_v} + s \frac{L^2}{8k_h D_h} + s \frac{L}{\pi k_r} \ln \frac{a D_r}{u} \quad (\text{Eq. 2}), \text{ onde: } h = \text{posição do lençol freático acima dos drenos no}$$

ponto médio; s = recarga por unidade de área superficial; D_v = espessura da camada da região onde se considera o fluxo vertical; k_v = condutividade hidráulica - fluxo vertical; L = espaçamento entre os drenos; D_h = espessura da região onde se considera o fluxo horizontal; k_h = condutividade hidráulica - fluxo horizontal; k_r = condutividade hidráulica - fluxo radial; a = fator geométrico; D_r = espessura da camada da região onde se considera o fluxo radial; u = perímetro molhado do dreno.

Considerando um perfil homogêneo e isotrópico (a = 1, D_h = D_r e k_h = k_r), desprezando o fluxo acima do nível dos drenos e igualando as espessuras das equações (1) e (2), obtém-se a expressão da espessura da camada equivalente: $d = \frac{D}{\frac{8D}{\pi L} \ln \frac{D}{u} + 1}$ (Eq. 3). Como

os termos D_h e D_r da equação (2) são limitados a valores menores ou iguais à ¼L e, sendo D_h = D_r = D, onde D é a espessura da camada da região de fluxo abaixo do nível dos drenos, a equação (3) só deve ser usada dentro desta mesma limitação (D ≤ ¼L).

c) Combinação das equações de Hooghoudt & Ernst (aqüíferos profundos): para aqüíferos profundos (D > ¼L), pode-se obter uma expressão para estimativa da espessura da camada equivalente desprezando-se o fluxo acima do nível dos drenos na equação (1) e combinando-a com uma equação de Ernst derivada especificamente para esta situação (VAN BEERS, 1976), resultando em: $d = \frac{\pi L}{8 \ln \frac{L}{u}}$ (Eq. 4).

d) Equações de Moody: MOODY (1966) apresenta uma forma simplificada para estimar a camada equivalente: $\frac{d}{D} = \left[1 + \frac{D}{L} \left(\frac{8}{\pi} \ln \frac{D}{r} - w \right) \right]^{-1}$ (Eq. 5), onde $w = 3.55 - 1.6 \frac{D}{L} + 2 \left(\frac{D}{L} \right)^2$ (Eq. 6); r = raio dos drenos. A equação (5) é válida para D/L ≤ 0.3. Quando a relação D/L > 0.3, MOODY (1966) sugere a utilização da equação (4).

e) Equações de van der Molen & Wesseling: As equações propostas por VAN DER MOLEN & WESSELING (1991) foram obtidas através do método das imagens:

$$d = \frac{\pi L}{8 \ln \frac{L}{u} + 8F(x)} \quad (\text{Eq. 7}); \quad F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \exp(-2nx)}{n[1 - \exp(-2nx)]}, n=1,3,5... \quad (\text{Eq. 8}).$$

Os resultados obtidos com a equação (8) levam a uma convergência rápida para $x > 0.5$, devendo, neste caso, ser usada em combinação com a equação (7) para estimar a espessura equivalente. O valor de x é dado por

$$x = \frac{2\pi D}{L} \quad \text{Para } x \leq 0.5 \text{ a equação (8) apresenta uma convergência muito lenta; devido a isso,}$$

VAN DER MOLEN & WESSELING (1991) sugerem que a equação (7) seja usada juntamente com a equação de DAGAN (1964), dada por $F(x) = \frac{\pi^2}{4x} + \ln \frac{x}{2\pi}$ (Eq. 9).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela (1) apresenta os valores da espessura da camada equivalente calculados por cada um dos métodos apresentados. Foram considerados intervalos para espaçamento entre drenos (L) e espessura da região de fluxo abaixo dos drenos (D) compatíveis com os valores encontrados na prática. Admitiu-se raio dos tubos de drenagem igual a 100 mm.

As soluções identificadas como **b** e **c** se complementam, a medida que **b** se aplica para $D/L \leq 0.25$ e **c** para $D/L > 0.25$. Isso explica os vazios na tabela (1) para **b** e **c**, uma vez que, dependendo da relação entre D e L , a espessura da camada equivalente não pôde ser estimada. O mesmo ocorre com a solução identificada por **d**, onde os cálculos só foram efetuados quando $D/L \leq 0.3$.

Observando-se os métodos **b** e **e**, constata-se que, quando $D/L \leq 0.08$ ($x \leq 0.5$) as soluções são idênticas. No intervalo $0.08 < D/L \leq 0.25$ ($0.5 < x \leq 1.57$) o método **e** usa a equação (8) em detrimento da equação (9). Como a maior diferença entre os resultados destas equações ocorre no extremo superior do intervalo ($x = 1.57$), e sendo a variação deste intervalo apenas na terceira casa decimal de x , os métodos **b** e **e** acabam tendo resultados muito próximos.

Comparando-se **c** e **e**, para $D/L > 0.25$, a medida que aumenta a relação D/L , o valor numérico resultante da equação (8) tende à zero, fazendo com que as soluções **c** e **e** também tenham resultados muito semelhantes com o crescimento daquela relação. Supondo-se que o valor resultante de (8) possa ser desconsiderado sempre que este for menor ou no máximo igual a 10^{-3} , a equação será inválida para $D/L > 0.64$ ($x > 4$). Com isso, as maiores diferenças

serão encontradas no intervalo $0.25 < D/L \leq 0.6$, sendo, mesmo assim, desprezíveis do ponto de vista prático.

Comparando-se os métodos numéricos (**b**, **c**, **d** e **e**) com **a** (tabelas de Hooghoudt) percebem-se resultados também muito próximos, sendo as maiores diferenças absoluta e relativa, de 13 cm e 5%, respectivamente.

É interessante observar também o limite a partir do qual a espessura da camada equivalente deixa de ser uma função da espessura do aquífero abaixo do nível dos drenos. As tabelas de Hooghoudt mostram que isto ocorre quando $D/L > 0.25$, limite. Para MOODY (1966), esta situação se verifica quando $D/L > 0.30$. No método **e** (van der Molen & Wesseling), a espessura da camada equivalente se torna aproximadamente constante a medida que a função $F(x)$ (equação 8), tende à zero; ou seja, não há um ponto de descontinuidade nesta função. Se for admitido novamente que $F(x)$ possa ser desprezada para valores menores ou iguais à 10^{-3} , tem-se a interdependência das espessuras da camada equivalente e do aquífero abaixo do nível dos drenos somente a partir de $D/L > 0.64$.

Tabela 1. Espessura da camada equivalente (d) calculada para diferentes espaçamentos entre drenos (L) e espessuras da camada da região de fluxo abaixo dos drenos (D)¹

D →		0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	10.0	∞
L = 10 m	D/L →	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	1.00	∞
	a	0.49	0.80	1.08	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13
	b	0.47	0.77	1.03					
	c				1.13	1.13	1.13	1.13	1.13
	d	0.48	0.80	1.07	1.14				
	e	0.47	0.77	1.03	1.10	1.13	1.13	1.13	1.13
L = 20 m	D/L →	0.025	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.50	∞
	a	0.49	0.89	1.41	1.67	1.81	1.88	1.88	1.89
	b	0.49	0.87	1.36	1.61	1.74	1.81		
	c							1.89	1.89
	d	0.49	0.89	1.41	1.67	1.80	1.87		
	e	0.49	0.87	1.36	1.61	1.74	1.81	1.89	1.89
L = 30 m	D/L →	0.016	0.033	0.066	0.10	0.133	0.1660	0.333	∞
	a	0.50	0.93	1.57	1.97	2.22	2.38	2.57	2.57
	b	0.49	0.91	1.52	1.91	2.15	2.30		
	c							2.58	2.58
	d	0.50	0.93	1.56	1.97	2.22	2.38		
	e	0.49	0.91	1.52	1.91	2.15	2.30	2.55	2.58
L = 40 m	D/L →	0.0125	0.025	0.05	0.0750	0.10	0.125	0.25	∞
	a	0.50	0.96	1.66	2.16	2.51	2.75	3.23	3.23
	b	0.49	0.93	1.62	2.10	2.43	2.66	3.13	
	c								3.24
	d	0.50	0.94	1.66	2.16	2.50	2.74	3.21	
	e	0.49	0.93	1.62	2.10	2.43	2.66	3.12	3.24
L = 50 m	D/L →	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20	∞
	a	0.50	0.96	1.72	2.29	2.71	3.02	3.74	3.74
	b	0.49	0.94	1.68	2.23	2.63	2.93	3.62	
	c								3.87
	d	0.50	0.96	1.72	2.29	2.71	3.02	3.73	
	e	0.49	0.94	1.68	2.23	2.63	2.93	3.62	3.87

¹ CONVENÇÕES: **a** = Tabelas de Hooghoudt; **b** = Combinação das Equações de Hooghoudt & Ernst ($D \leq \frac{1}{4} L$); **c** = Combinação das Equações de Hooghoudt & Ernst ($D > \frac{1}{4} L$); **d** = Equações de Moody; **e** = Equações de van der Molen & Wesseling.

CONCLUSÃO

Considerando-se o desuso de tabelas, e a facilidade do uso dos demais métodos via programação, recomenda-se a utilização das equações de van der Molen & Wesseling por sua concepção teórica mais apurada. Ressalta-se, entretanto, que dentro do intervalo de variação dos parâmetros utilizados neste estudo (D e L), os resultados destas equações não foram, do ponto de vista prático, melhores do que os resultados dos demais métodos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DAGAN, G. Spacing of drains by an approximate method. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 90, 1964, 41-66.
- DUPUIT, J. *Etude theorique et pratique sur le mouvement des eaux dans les canaux decouverts et a travers les terrains permeables*. 2nd ed. Paris, France: Dunod, 1863.
- ERNST, L.F. Calculation of the steady flow of groundwater in vertical cross-sections. *Neth. J. Agri. Sci.*, 4, 1956, 102-131.
- ERNST, L.F. *Grondwaterstromingen in de Verzadigde Zone en hun Berekeningen bij Aanwezigheid van Horizontale Evenwijdige Open Leidingen*. Wageningen, 1962. Tese (Doutorado). Universidade de Utrecht.
- HOOGHOUDT, S.B. Bijdragen tot de kennis van enige natuurkundige grootheden van de grond. Deel 7. *Versl. Landb. Onderz* 46 (14), 1940, 415-707.
- MOODY, W.T. Nonlinear differential equation of drain spacing. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 92, 1966, 1-9.
- RITZEMA, H.P. Subsurface flow to drains. In: RITZEMA, H.P. (ed). *Drainage principles and applications*. Wageningen, 1994, 263-304.
- VAN BEERS, W.F.J. *Computing drain spacing*. Wageningen, ILRI, 1976, 47 p. (Bulletin 15).
- VAN DER MOLEN, W.H. & WESSELING, J. A solution in closed form and a series solution to replace the tables for the thickness of the equivalent layer in Hooghoudt's drain spacing formula. *Agricultural Water Management*, 19, 1991, 1-16.