

# MODELO MATEMÁTICO PARA ESTIMATIVA DO ACÚMULO DE MATÉRIA SECA EM CULTURAS FERTIRRIGADAS

C. E. MAIA<sup>1</sup> & E. R. C. de MORAIS<sup>2</sup>

**RESUMO:** O objetivo desse trabalho foi propor e avaliar um modelo empírico para estimativa do acúmulo de matéria seca em plantas em função do tempo de plantio. O modelo proposto,  $P = P_{\max} - \frac{P_{\max}}{1 + (\alpha T)^{\beta}}$ , mostrou bom ajuste para matéria seca de *Brassica oleracea* e apresentando ainda simplicidade de cálculo quando comparados com outros modelos.

**PALAVRAS-CHAVES:** modelagem, análise de crescimento

**SUMMARY:** Mathematical model for estimate the accumulation dry matter and nutrient uptake in crop fertigated

The objective of this work was to develop empirical model for estimate the dry matter accumulation in plants in function of the time of sowing. The proposed model is

$P = P_{\max} - \frac{P_{\max}}{1 + (\alpha T)^{\beta}}$  and showed good adjustment for dry matter to *Brassica oleracea*, presenting calculation simplicity when compared with other models.

**KEYWORDS:** modeling, model growth

## INTRODUÇÃO

Tanto a fertilização convencional como a fertirrigação podem ser praticadas de forma tecnicamente segura. O principal problema das aplicações empíricas está associado a baixa recuperação dos fertilizantes pela cultura e é baseado quase sempre na experiência do agricultor ou em recomendações genéricas. Quando desejamos fazer uma fertilização mais técnica, alguns fatores como exigências nutricionais das plantas e fertilidade do solo são necessários para se fazer uma boa recomendação de fertilizantes para uma determinada cultura. Entre os principais fatores que devem ser levados no programa nutricional na fertirrigação são as exigências nutricionais das culturas para um determinado rendimento (PAPADOPOULOS, 1999).

Na fertirrigação, devido à possibilidade de aplicação diária de fertilizantes, utiliza-se a curva de absorção de nutrientes que, para isso, necessita da matéria seca produzida pela

---

<sup>1</sup> Professor ESAM/DCA, Caixa Postal 137, CEP 59.625-900, Mossoró-RN. E-mail: celsemy@esam.br

<sup>2</sup> Doutoranda UFCG-PB, bolsista do CNPq. E-mail: ercmoraes@hotmail.com

cultura por intervalo de tempo. Os nutrientes absorvidos pelas plantas são expressos em termos de valores relativos (concentração) que, sabendo-se da matéria seca produzida, pode-se transformar para conteúdo, quantidade absoluta do nutriente absorvido. Segundo MAGALHÃES (1985), a análise de crescimento é um método que descreve as condições morfo-fisiológicas da planta em diferentes intervalos de tempo e se propõe a acompanhar a dinâmica da produção fotossintética, avaliada através da acumulação de matéria seca.

A importância da modelagem na agricultura depende da natureza do problema, do objetivo do investigador e do tipo de modelo matemático escolhido, tendo hipótese com base matemática possibilita o melhor entendimento da interação da planta com o ambiente em termos quantitativos (THORNLEY, 1976). De modo geral, um modelo é uma representação de um sistema em determinada forma de linguagem, não necessariamente a linguagem matemática (PESSOA et al., 1997), sendo descritos em linguagem matemática, mediante simplificações do sistema e representados por elementos, parâmetros, variáveis e relações funcionais (NAYLOR et al., 1977). A modelagem é o processo de desenvolvimento dessa representação. A simulação inclui os processos necessários para a operacionalização ou solução do modelo, visando simular o que acontece no sistema (De WIT, 1978), muitas vezes ainda não testado em cenário real. Partindo-se do princípio que determinada área agrícola pode ser vista como um sistema, integrando processos ecológicos, econômicos e sociais, o uso de modelos matemáticos e simuladores que representem a integração entre as variáveis envolvidas nos processos de sustentabilidade aparece como importante ferramenta na pesquisa agrícola (TISOT, 2002).

O objetivo desse trabalho foi propor e avaliar um modelo empírico para estimativa do acúmulo de matéria seca em plantas em função do tempo de plantio.

## MATERIAL E MÉTODOS

O modelo proposto é baseado na pressuposição que a planta possui um potencial máximo de produção de matéria seca acumulada ( $P_{\max}$ ). Para o desenvolvimento do modelo assumiu-se que a relação entre a matéria seca produzida ( $P$ ) e o potencial de crescimento em função do tempo de plantio para atingir  $P_{\max}$ , é dado pela Equação 1.

$$\frac{P}{P_{\max} - P} = (\alpha T)^{\beta} \quad (1)$$

Com base na Equação 1, se deduz a Equação 2 que expressa a relação entre a produção de matéria seca para um tempo  $t$  após o plantio e o potencial máximo de crescimento.

$$\frac{P}{P_{\max}} = \frac{(\alpha T)^\beta}{1 + (\alpha T)^\beta} \quad (2)$$

Rearranjando a Equação 2 se obtém a Equação 3 que expressa a produção de matéria seca em função de  $P_{\max}$  e do tempo decorrido após o plantio.

$$P = P_{\max} - \frac{P_{\max}}{1 + (\alpha T)^\beta} \quad (3)$$

em que:

$P$  é a produção de matéria seca produzida em determinado tempo (unidade de massa),

$P_{\max}$  é a produção de matéria seca máxima pela planta (unidade de massa),

$T$  é o tempo (dia ou mês) e,

$\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros da equação estimados por metodologias de ajuste de regressão não-linear.

Usando a Equação 3, pode-se calcular o tempo que a planta produz 50% de  $P_{\max}$  ( $T_{50\%}$ ), que é igual ao inverso do tempo que a planta produz 50% de  $P_{\max}$ , ou seja,  $T_{50\%} = \frac{1}{\alpha}$ . Para

estimar  $T_{25\%}$  e  $T_{75\%}$  usa-se as equações  $T_{25\%} = \left(\frac{1}{3\alpha^\beta}\right)^{\frac{1}{\beta}}$  e  $T_{75\%} = \left(\frac{3}{\alpha^\beta}\right)^{\frac{1}{\beta}}$ , respectivamente.

A taxa de crescimento absoluto (TCA) é calculada pela Equação 4 que é a derivada da Equação 3.

$$TCA = \frac{dP}{dT} = \frac{P_{\max} \beta \alpha^\beta T^{\beta-1}}{[1 + (\alpha T)^\beta]^2} \quad (4)$$

Para se obter o tempo de maior TCA ( $T.TCA_{\max}$ ), deriva-se a Equação 4 e igualando a zero obtém-se a Equação 5.

$$T.TCA_{\max} = \left[ \frac{\beta - 1}{\alpha^\beta (\beta + 1)} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (5)$$

A taxa de crescimento relativo (TCR) é dada pelo quociente entre as Equações 4 e 3 ou estimada pela Equação 6 ou 7.

$$TCR = \frac{1}{P} \frac{dP}{dT} = \frac{\beta}{T[1 + (\alpha T)^\beta]} \quad (6)$$

$$TCR = \frac{1}{P} \frac{dP}{dT} = \frac{\beta}{T} \left[ \frac{P_{\max} - P}{P_{\max}} \right] \quad (7)$$

Substituindo o tempo T na Equação 4 por  $T_{50\%} = \frac{1}{\alpha}$ , tem-se que  $\frac{dP}{dT} = \frac{P_{\max}\beta\alpha}{4}$ , que é a TCA quando a planta produz metade de  $P_{\max}$ . A declividade para  $T_{25\%}$  e  $T_{75\%}$  é dada pelas equações  $\frac{dP}{dT} = \frac{P_{\max}\beta\alpha 3^{1+\frac{1}{\beta}}}{16}$  e  $\frac{dP}{dT} = \frac{P_{\max}\beta\alpha 3^{1-\frac{1}{\beta}}}{16}$ , respectivamente.

A produção de matéria seca no tempo em que a planta apresenta a maior TCA ( $T_{TCA\max}$ ) é dada pela Equação 8, sendo que  $(n-1)/(2n)$  é a relação  $P_{T.TCA\max}/P_{\max}$ , ou seja, é a relação entre a matéria seca produzida na época da maior TCA e  $P_{\max}$ .

$$P_{T.TCA\max} = \frac{P_{\max}(n-1)}{2n} \quad (8)$$

Para avaliação do modelo foram utilizados os dados de matéria seca (MS) de *Brassica oleracea* publicados por CASTELLANOS (1999). Foram estimados os valores da taxa de crescimento absoluto (TCA), taxa de crescimento relativo (TCR) e a época de maior TCA.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma característica do modelo proposto é que os parâmetros  $P_{\max}$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  apresentam relação com o desenvolvimento da planta, ou seja, o  $P_{\max}$ , refere-se ao potencial máximo de produção de matéria seca de uma determinada cultura. Porém pode ocorrer que no final do ciclo este valor não seja atingido, principalmente em plantas que sofreram algum tipo de estresse. O valor de  $\alpha$  está relacionado com o tempo que a planta produz metade de  $P_{\max}$ , cujo tempo é dado por  $1/\alpha$ . Para o ciclo de aproximadamente 100 dias, o tempo para produção de 50% de  $P_{\max}$  de MS foi de 56,18 dias (Tabela 1). Os valores de  $\beta$  estão relacionado ao início da fase de maior crescimento, ou seja, quanto maior  $\beta$ , maior o tempo que a planta leva para iniciar a fase de maior produção de MS. A produção de MS começa a aumentar de forma mais acentuada aproximadamente aos 20 dias (Figura 1).

Tabela 1. Valores dos parâmetros do modelo estimados para matéria seca (MS) e o tempo de maior taxa de crescimento absoluta (TCA)

	$P_{\max}^{(*)}$	$\alpha^{(**)}$	$\beta$	$R^2$	Tempo $TCA_{\max}$	Tempo 50% $P_{\max}$	$P_{T.TCA\max}$	$P_{T.TCA\max}/P_{\max}$
MS	10588,13	0,0178	4,68	0,9929	51,20	56,18	4162,86	0,3932

(\*) valores em  $kg.ha^{-1}$ , (\*\*) em  $dia^{-1}$

A a maior taxa de crescimento absoluto para MS foi observada aos 51,20 dias (Tabela 1). A taxa de crescimento relativo estimada pela equação 6 é plotada em função do tempo, mostrando o efeito potencial entre a TCR e o tempo de plantio, Figura 1.

Quando comparado com os de GARCIA & GARCIA (2002), ISHAG & DENNETT (1998) e TISOT (2002), o modelo proposto apresenta-se como alternativa, principalmente pela sua simplicidade e a relação dos parâmetros do modelo com o crescimento e desenvolvimento das plantas. O modelo também pode ser utilizado para estimativa do número de folhas, área foliar e absorção de nutrientes pelas plantas.

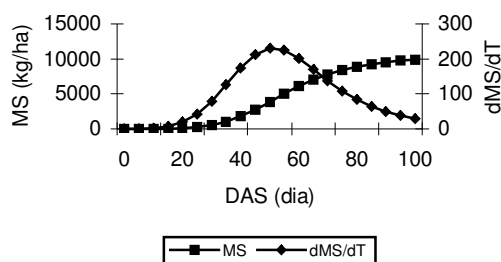


Figura 1. Curvas de produção de matéria seca (MS), taxas de crescimento absoluto (TCA), taxa de crescimento relativo (TCR) em função do tempo de plantio de *Brassica oleracea*

A Figura 2 mostra os valores estimados pelo modelo em função dos valores observados. Observando-se que os valores dos coeficientes angulares e dos interceptos, foram iguais estatisticamente a 1 e 0, respectivamente, pelo teste t. Tendo que os valores da raiz quadrada do quadrado médio do resíduo (RMSE) para MS foi igual a 318,75.

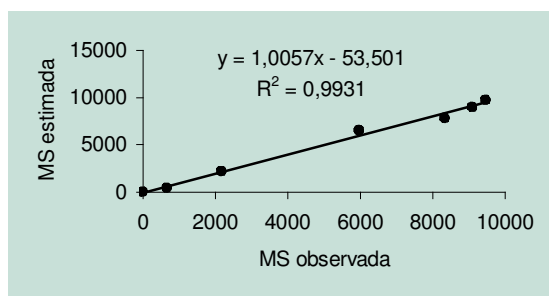


Figura 2. Valores estimados de matéria seca (MS), absorção de nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca) e magnésio (Mg) em função dos valores observados

## CONCLUSÕES

Pelas condições impostas nas simulações, conclui-se que o modelo proposto apresentou-se promissor para estudo da análise de crescimento das plantas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CASTELLANOS, J.Z. Nutrición de cultivos bajo sistemas de fertigacion. *Informaciones Agronómicas*, n.35. 1999. 16p.
- De WIT, C.T. Simulation for assimilation, respiration, and transpiration of crops. Wageningen: A Halsted Press Book, John Wiley, 1978, 140p.
- GARCIA Y. & GARCIA, A. Modelos para área foliar, fitomassa e extração de nutrientes na cultura de arroz. Piracicaba, SP, 2002. 90p. Tese de Doutorado,
- ISHAG, K.H.M., DENNETT, M.D. Use of the expolinear growth model to analyse the growth of faba bean, peas and lentils at three densities: fitting the model. *Annals of Botany*, v.82, p.497-505. 1998.
- MAGALHÃES, A.C.N. Análise quantitativa do crescimento. 2 ed. In: FERRI, M.G. *Fisiologia vegetal*. São Paulo: EPU, v.1, 1985. 362p.
- NAYLOR, T. H.; BALINTFY, J. L.; BURDICK, D. S.; KONG, C. Técnicas de simulação em computadores. São Paulo: Vozes, 1977. 402p.
- PAPADOPOULOS, I. Fertirrigação: situação atual e perspectivas para o futuro. In: PESSOA, M. C. P. Y.; LUCHIARI, A. J.; FERNANDES, E. N.; LIMA, M. A. Principais modelos matemáticos e simuladores utilizados para análise de impactos ambientais das atividades agrícolas. Jaguariúna: Embrapa, CNPMA, 1997. 83p. (Embrapa. CNPMA. Documento, 8).
- THORNLEY, J. H. M. *Mathematical models in plant physiology*. New York: Academic Press, 1976. 318p.
- TISOT, D.A. Produtividade de grãos e variação temporal de fitomassa seca da cultura do feijão em função de doses de nitrogênio. Piracicaba, 2002. 71p. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia).